

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ - 16 februarie 2014

Clasa a XI-a

VARIANTA 2

**BAREM DE CORECTARE:**

1a) Demonstratia prin calcul direct sau altfel-----4 puncte

b) Scrierea ecuatiei sub forma  $\det(A)x^2 + (\text{tr}(A)\text{tr}(B) - \text{tr}(AB))x + \det(B) = 0$ . ---1punct

Ecuatia este de gradul al doilea ( $\det A \neq 0$ )-----

1punct

Conditia  $\Delta > 0$  și obtinerea  $(\text{tr}(AB) - \text{tr}(A)\text{tr}(B))^2 > 4 \det(A)\det(B)$  -----1punct

2.a) Obținerea formei  $X^n = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} a_n & 0 & b_n \\ 0 & 1 & 0 \\ b_n & 0 & a_n \end{pmatrix}$ , unde  $a_n = \frac{1}{2}(5^n + (-1)^n)$  și  $b_n = \frac{1}{2}(5^n - (-1)^n), \forall n \in \mathbb{N}$

,prin inductie sau cu șiruri sau altfel -----  
3puncte

b)Reducerea la absurd și obtinerea  $\det(A^2 + B^2) \geq 0$  -----2 puncte

$\det(X) < 0$  și finalizare-----1 punct

c)  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{3}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{3}{2} & 0 & 2 \end{pmatrix}$ ----- 1

punct

3 Convergenta șirului-----4 puncte

Calculul primei limite (valoarea este 1)-----1 punct

Calculul celei de-a doua limite (valoarea este  $\frac{2}{\pi}$ )-----2 puncte

(Dacă prima limita se calculeaza folosind exprimarea termenului general al șirului sub forma

$x_n = \cos(\frac{\pi}{2^{n+1}})$ , pentru inductie se acordă 4 puncte si pentru calculul primei limite 1 punct )

4.a)Cazul cand șirul initial este convergent -----  
3puncte

*Cazul cand șirul initial are limita  $+\infty$  și finalizare-----* /  
*punct*

*b)  $a_n = (-1)^n$  ( $\forall$ )  $n \in N$  și verificare-----* /  
*punct*

*c) Monotonia -----*  
*1 punct*

*Mărginirea și finalizare cu teorema lui Weierstrass-----*  
*1 punct*