

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ**ETAPA LOCALĂ - 16 februarie 2014****Clasa a VIII-a****VARIANTA 2****SUBIECTE:**

1. a) Fie numerele naturale nenule m și n , să se arate că $(m^2 + n^2) : 7$ dacă și numai dacă $m : 7$ și $n : 7$.
b) Fiind date numerele $x, y \in \mathbb{N}^*$, astfel încât numerele $2x + 5y$ și $5x + 2y$ să fie pătrate perfecte, să se arate că x și y sunt multipli de 7.

2. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația:

$$\sqrt{|x-1|} + \sqrt{|x-2015|} = \sqrt{2014}.$$

(Problema E:14587 din G.M. nr. 12/2013)

3. Se dă un triunghi dreptunghi ABC, cu lungimile catetelor $AB = a$ cm și $AC = a\sqrt{3}$ cm. Se îndoiaie acesta după mediana AM, $M \in (BC)$, astfel încât distanța dintre punctele B și C să devină egală cu $a\sqrt{2}$ cm și apoi se proiectează punctul C pe planul (ABM) în punctul O.
 - a) Să se arate că $OB \perp AB$;
 - b) Să se calculeze distanța de la punctul C la planul (ABM).
4. Se consideră triunghiul dreptunghic ABC, cu $m(\angle A) = 90^\circ$, $AB = 8$ dm, $AC = 3$ dm și trapezul dreptunghic ACDE, cu $AE \parallel CD$, $AE = 2\sqrt{2}$ dm, $CD = 3\sqrt{2}$ dm, $m(\angle ACD) = m(\angle CAE) = 90^\circ$ astfel încât $AB \perp AE$. Dacă $d = (BED) \cap (ABC)$, atunci:
 - a) Arătați că $d \perp DC$.
 - b) Calculați distanța de la punctul D la dreapta d.
 - c) Calculați tangenta unghiului determinat de planele (BED) și (ABC).

NOTA : Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7 puncte.

Timp de lucru 3 ore.

Fiecare subiect se va redacta pe o foaie separată.