



Olimpiada Națională de Matematică
- etapa locală – 16 februarie 2014
Clasa a VII-a

Varianta 2

SUBIECTE:

1. a) Dacă $x, y, z, t \in \mathbf{R}_+$ și $x + y + z + t = 1007$, arătați că:

$$\sqrt{x(y+z+t)} + \sqrt{y(z+t+x)} + \sqrt{z(t+x+y)} + \sqrt{t(x+y+z)} \leq 2014$$

b) Arătați că:

$$\frac{10}{17} < \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{10} + \dots + \frac{1}{17} < 1\frac{1}{4}$$

(7puncte)

2. Se dau numerele $a = \frac{3}{2 \cdot 5} + \frac{7}{5 \cdot 12} + \frac{11}{12 \cdot 23} + \dots + \frac{47}{255 \cdot 302}$ și

$$b = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \dots + 2013 \cdot 2014 - (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 2013^2)$$

Stabiliți dacă numărul $x = \sqrt{\left(\frac{151a}{3}\right)^{2014} + \left(\frac{b}{2015}\right)^{2013}}$ este număr irațional.

(7puncte)

3. În patrulaterul convex ABCD se construiește mediatoarea lui [BC] care intersectează pe [AD] în M. Dacă $m(\sphericalangle BMC) = 60^\circ$, $MB \parallel CD$ și $CM \parallel AB$, să se determine măsura unghiului ascuțit format de diagonalele patrulaterului.

(7puncte)

E:14417 din GM 5/2013

4. Fie un triunghi ABC. Fie R pe semidreapta opusă lui (AB astfel încât $AR = 2AB$ și M mijlocul laturii AC. Considerăm punctele $\{T\} = RM \cap BC$ și $\{L\} = AT \cap BM$. Aflați raportul $\frac{LM}{LB}$.

(7puncte)

E: 14320 din GM 3/2012

NOTA : Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7 puncte.

Timp de lucru 3 ore.

Fiecare subiect se va redacta pe o foaie separată.