INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN ARGEŞ

MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE

Concursul Judeţean „Dan Barbilian" – Ediţia a XXVII-a
14 decembrie 2013 - MIOVENI
Clasa a XII-a

Varianta 2

SUBIECTE:

1. Fie $f : R \to R$, f bijectivă şi $q \in R$ cu $f(q) = 2$. Pe R se defineşte legea de compoziţie „$\circ$" prin : $a \circ b = f(f^{-1}(a) + f^{-1}(b) - q)$, $\forall a,b \in R$.

a) Determinaţi elementul neutru al legii de compoziţie şi simetricul lui $a \in R$ în raport cu legea „$\circ$";

b) Pentru $f(x) = x^3, x \in R$ rezolvaţi ecuaţia : $x^2 \circ x = (6-q)^3$

(prelucrare G.M. 2 / 2013)

2. Determinaţi matricea $X \in M_2(Z_5)$, ştiind că $X^3 = \begin{pmatrix} \hat{1} & \hat{2} \\ \hat{3} & \hat{1} \end{pmatrix}$

(prelucrare G.M. 6-7-8/ 2013)

3. Fie f: R$\to$ R , continuă. Cercetaţi dacă există o primitivă, F a lui f , a.î.

$2F(0) + f(0) \neq 0$ şi $(f \circ F)(x+y) = (2x + y)F(y) + (x + 2y)f(y)$, $\forall$ x,y$\in$ R

***

4. Fie $p, n \in N^*$ numere fixate. Verificaţi dacă există funcţii $f : R \to R^*$ care admit primitive, astfel încât pentru o primitivă F a lui f să avem:

$$\sum_{k=1}^{p} F(1+kx) - \sum_{k=1}^{p} F(1-kx) = F(x^{2n}) \ , \ \forall x \in R$$

(prelucrare R.M.T.2/ 2013)

Notă:
Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect este notat cu 0-7 puncte.
Fiecare subiect se va redacta pe o foaie separată.
Timp de lucru: 3 ore