



INSPECTORATUL
ȘCOLAR
JUDEȚEAN
ARGEȘ



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

Concursul Județean „Dan Barbilian” – Ediția a XXVII-a

14 decembrie 2013 - MIOVENI

Clasa a X-a

Varianta 2

SUBIECTE:

1. Să se arate că dacă $a, b, c \in (0; 1)$ sau $a, b, c \in (1; +\infty)$ atunci are loc inegalitatea

$$\frac{1}{2+\log_a b} + \frac{1}{2+\log_b c} + \frac{1}{2+\log_c a} \leq 2.$$

2. Fie funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ cu proprietatea că $f(f(x)) = x^{2n+1}, (\forall) x \in \mathbf{R}$, unde $n \in \mathbf{N}^*$ este fixat. Să se arate că ;

a) f este funcție bijectivă ;

b) $\{f(-1), f(0), f(1)\} = \{-1, 0, 1\}$.

3. Fie a, b, c numere complexe distincte de același modul. Să se arate că punctele de afixe a, b, c sunt vârfurile unui triunghi echilateral dacă și numai dacă are loc egalitatea

$$a^3(b-c) + b^3(c-a) + c^3(a-b) = 0.$$

4. Să se rezolve ecuația $x^{2013} + 2012 = 2013 \sqrt[2013]{2013x - 2012}$.

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect este notat cu 0-7 puncte.

Fiecare subiect se va redacta pe o foaie separată.

Timp de lucru: 3 ore