INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN ARGEŞ

MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE

Concursul Judeţean „Dan Barbilian" – Ediţia a XXVII-a
14 decembrie 2013 - MIOVENI
Clasa a IX-a

Varianta 2

SUBIECTE:

1. Numerele reale pozitive x, y, z au proprietatea că xy, yz, zx ≤ 1. Să se demonstreze că:

$$\frac{(1+x^2)(1+y^2)}{2+x^2+y^2}+\frac{(1+y^2)(1+z^2)}{2+y^2+z^2}+\frac{(1+z^2)(1+x^2)}{2+z^2+x^2}\geq\frac{3+xy+yz+zx}{2}$$

G.M.9/ 2013

2. **a)** Rezolvaţi în **R** ecuaţia: $\left[\frac{x}{3}\right]-1=[x]$

b) Aflaţi soluţiile ecuaţiei: $\{x\}-\{2013x\}=x$

3. În şirul de numere $x_1, x_2, \dots x_{6690}$, sunt 1784 termeni egali cu $\sqrt{2}$, 1784 termeni egali cu $\sqrt{3}$, iar restul termenilor sunt egali cu $\sqrt{6}$.

Un nou şir de numere $z_1, z_2, \dots z_{6690}$ a fost obţinut astfel:

$z_1=x_1$, $z_{n+1}=\dfrac{z_n x_{n+1}}{\sqrt{z_n^2+x_{n+1}^2}}$, $n\geq 1$. Aflaţi z_{6690}.

4. Fie $\bar{u}$, $\bar{v}$ necoliniari şi O un punct în planul $\mathcal{P}$. Notăm:

$\Delta=\{M\in\mathcal{P}\mid\overline{OM}=\alpha\bar{u}+\beta\bar{v},\alpha+\beta=1\}$ şi

$D=\{M\in\mathcal{P}\mid\overline{OM}=\alpha\bar{u}+\beta\bar{v},|\alpha|+|\beta|=1\}$.

Demonstraţi că Δ este o dreaptă şi D este un paralelogram.

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect este notat cu 0-7 puncte.
Fiecare subiect se va redacta pe o foaie separată.
Timp de lucru: 3 ore